Решение на наградна задача број 1 од

Сигма 126

Треба да ги најдеме сите прости броеви такви што:

, каде што е некој природен број.

Ќе разгледаме 3 случаеви.

1.

Со замена добиваме .

Добиваме дека е едно од решенијата.

2.

Равенката сега е

Бидејќи е непарен, е парен, па

Бидејќи е прост, негови единствени делители се .

Затоа,

Со замена на

Бројот може да биде или 1 или 3 mod 4. Ќе ги разгледаме овие

подслучаеви.

-

Со замена во (1) добиваме

Ако замениме 2k со x, добиваме .

Со помош на математичка индукција ќе докажеме дека

.

За 0 и 1, тврдењето е очигледно точно.

Да претпоставиме дека тврдењето е точно .

Ќе докажеме дека е точно и за .

Со ова го докажавме бараното тврдење и заклучивме дека .

-

Равенката станува .

Левата страна е 2 (mod 4), додека десната е 0 (mod 4), бидејќи експонентот е поголем или еднаков на 2 за сите .

И во овој подслучај добиваме дека нема решение.

3.

Левата страна на почетната равенка е збир на два собироци на квадрати на непарни броеви(степените се парни), за левата страна е 2 (mod 4).

Знаеме дека полните квадрати се или 0 (mod 4) или 1 (mod 4), па добиваме дека и во овој случај нема ниедно решение.

За крај, може да заклучиме дека единствено решение на равенката e

Решил: Виктор Максимоски, IX одделение, ООУ “Единство” – Гостивар

Датум: 12-ти Јануари, 2023 година